

7

相似三角形的性质

如图4-30, 小王依据图纸上的 $\triangle ABC$, 以1:2的比例建造了模型房的房梁 $\triangle A'B'C'$, CD 和 $C'D'$ 分别是它们的立柱.

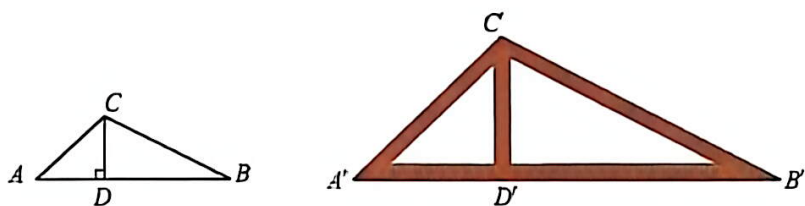


图 4-30

- (1) $\triangle ACD$ 与 $\triangle A'C'D'$ 相似吗? 为什么? 如果相似, 指出它们的相似比.
- (2) 如果 $CD = 1.5 \text{ cm}$, 那么模型房的房梁立柱有多高?



想一想

已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 k , 它们对应高的比是多少? 对应角平分线的比是多少? 对应中线的比呢? 请证明你的结论.



定理 相似三角形对应高的比、对应角平分线的比、对应中线的比都等于相似比.



议一议

如图4-31, 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 k ; 点 D, E 在 BC 边上, 点 D', E' 在 $B'C'$ 边上.

(1) 若 $\angle BAD = \frac{1}{3} \angle BAC$, $\angle B'A'D' = \frac{1}{3} \angle B'A'C'$, 则 $\frac{AD}{A'D'}$ 等于多少?

(2) 若 $BE = \frac{1}{3} BC$, $B'E' = \frac{1}{3} B'C'$, 则 $\frac{AE}{A'E'}$ 等于多少?



(3) 你还能提出哪些问题? 与同伴交流.

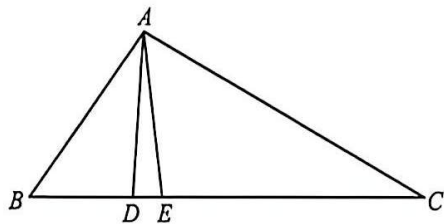
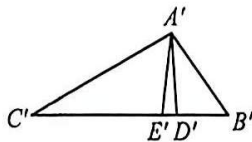


图 4-31



例1 如图 4-32, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, $AD = h$, 点 R 在 AC 边上, 点 S 在 AB 边上, $SR \perp AD$, 垂足为 E .

当 $SR = \frac{1}{2} BC$ 时, 求 DE 的长. 如果 $SR = \frac{1}{3} BC$ 呢?

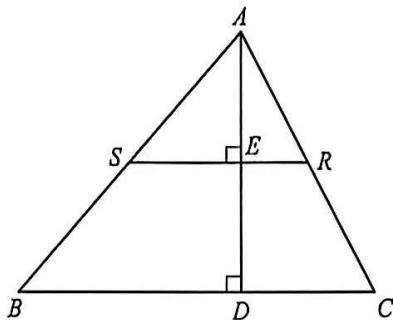


图 4-32

解: $\because SR \perp AD, BC \perp AD,$

$\therefore SR \parallel BC.$

$\therefore \angle ASR = \angle B, \angle ARS = \angle C.$

$\therefore \triangle ASR \sim \triangle ABC$ (两角分别相等的两个三角形相似).

$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{SR}{BC}$ (相似三角形对应高的比等于相似比),

即 $\frac{AD - DE}{AD} = \frac{SR}{BC}.$

当 $SR = \frac{1}{2} BC$ 时, 得 $\frac{h - DE}{h} = \frac{1}{2}$. 解得 $DE = \frac{1}{2} h.$

当 $SR = \frac{1}{3} BC$ 时, 得 $\frac{h - DE}{h} = \frac{1}{3}$. 解得 $DE = \frac{2}{3} h.$

随堂练习

1. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, BD 和 $B'D'$ 是它们的对应中线, $\frac{AC}{A'C'} = \frac{3}{2}$, $B'D' = 4$ cm, 求 BD 的长.



2. 两个相似三角形一组对应角平分线的长分别是 2 cm 和 5 cm, 求这两个三角形的相似比. 在这两个三角形的一组对应中线中, 如果较短的中线是 3 cm, 那么较长的中线有多长?



习题 4.11



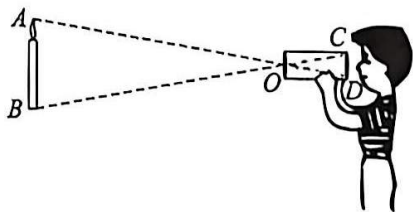
知识技能

1. $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, AD 和 $A'D'$ 是它们的对应角平分线. 已知 $AD = 8$ cm, $A'D' = 3$ cm, 求 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 对应高的比.

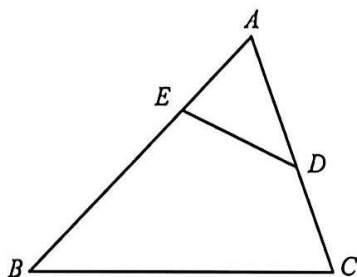


问题解决

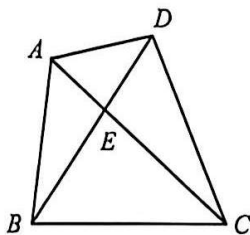
2. 如图, 小强自制了一个小孔成像装置, 其中纸筒的长度为 15 cm. 他准备了一支长为 20 cm 的蜡烛, 想要得到高度为 5 cm 的像, 蜡烛应放在距离纸筒多远的地方?
3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, D , E 分别是边 AC 和 AB 上的点, 且 $\angle ADE = \angle B$, $DE = 2$, 求 $AD \cdot BC$ 的值.



(第 2 题)



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 E , 且 $\angle CAB = \angle CBD$. 已知 $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 5$, $BD = 5.5$, 求 DE 的长.